**离散数学作业**

**一、单项选择题**

1．若集合A={1，2}，B={1，2，{1，2}}，则下列表述正确的是( )．

A．A⊂B，且A∈B B．B⊂A，且A∈B

C．A⊂B，且A∉B D．A⊄B，且A∈B

2．无向简单图G是棵树，当且仅当( )．

A．G连通且边数比结点数少1 B．G连通且结点数比边数少1

C．G的边数比结点数少1 D．G中没有回路．

3．下列公式 ( )为重言式．

A．¬P∧¬Q↔P∨Q B．(Q→(P∨Q)) ↔(¬Q∧(P∨Q))

C．(P→(¬Q→P))↔(¬P→(P→Q)) D．(¬P∨(P∧Q)) ↔Q

4．若集合*A*={*a*，*b*}，*B*={ *a*，*b*，{ *a*，*b* }}，则（ ）．

A．*A*⊂*B*，且*A*∈*B* B．*A*∈*B*，但*A*⊄*B*

C．*A*⊂*B*，但A∉B D．*A*⊄*B*，且*A*∉*B*

5．集合*A*={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}上的关系*R*={<*x*，*y*>|*x*+*y*=10且*x*, *y**A*}，则*R*的性质为（ ）．

A．自反的 B．对称的

C．传递且对称的 D．反自反且传递的

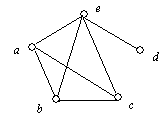
6．如果*R*1和*R*2是*A*上的自反关系，则*R*1∪*R*2，*R*1∩*R*2，*R*1-*R*2中自反关系有（ ）个．

A．0 B．2 C．1 D．3

7．如图所示，以下说法正确的是 ( ) ．

A．{(*a, e*)}是割边 B．{(*a, e*)}是边割集

C．{(*a, e*) ,(*b, c*)}是边割集 D．{(*d*, *e*)}是边割集



8．设A（x）：x是人，B（x）：x是学生，则命题“不是所有人都是学生”可符号化为（ ）．

A．(x)(A(x)∧B(x)) B．┐(x)(A(x)∧B(x))

C．┐(∀x)(A(x) →B(x)) D．┐(x)(A(x)∧┐B(x))

9．设*A*={*a*, *b*}，*B*={1, 2}，*R*1，*R*2，*R*3是*A*到*B*的二元关系，且*R*1={<*a*，2>, <*b*，2>}，*R*2={<*a*，1>, <*a*，2>, <*b*，1>}，*R*3={<*a*，1>, <*b*，2>}，则（ ）不是从*A*到*B*的函数．

A．*R*1和*R*2 B．*R*2 C．*R*3 D．*R*1和*R*3

10．设*A*={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}，*R*是*A*上的整除关系，*B*={2, 4, 6}，则集合*B*的最大元、最小元、上界、下界依次为 ( )．

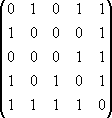
A．8、2、8、2 B．无、2、无、2

C．6、2、6、2 D．8、1、6、1

11．设完全图*K*有*n*个结点(*n*≥2)，*m*条边，当（ ）时，*K*中存在欧拉回路．

A．*m*为奇数 B．*n*为偶数 C．*n*为奇数 D．*m*为偶数

12．已知图*G*的邻接矩阵为

 ，

则*G*有（ ）．

A．5点，8边 B．6点，7边

C．6点，8边 D．5点，7边

13．若集合A＝{ a，{a}，{1，2}}，则下列表述正确的是( )．

A．{a，{a}}∈A B．{2}⊆A

C．{a}⊆A D．∅∈A

14．下列等价公式成立的为( )．

A．¬P∧¬Q⇔P∨Q B．P→(¬Q→P) ⇔¬P→(P→Q)

C．Q→(P∨Q) ⇔¬Q∧(P∨Q) D．¬P∨(P∧Q) ⇔Q

15．若G是一个汉密尔顿图，则G一定是( )．

A．平面图 B．对偶图

C．欧拉图 D．连通图

16．若G是一个汉密尔顿图，则G一定是( )．

A．平面图 B．对偶图

C．欧拉图 D．连通图

17．集合A={1, 2, 3, 4}上的关系R={<x，y>|x=y且x, yA}，则R的性质为（ ）．

A．不是自反的 B．不是对称的

C．传递的 D．反自反

18．设A（x）：x是人，B（x）：x是工人，则命题“有人是工人”可符号化为（ ）．

A．(x)(A(x)∧B(x)) B．(x)(A(x)∧B(x))

C．┐(∀x)(A(x) →B(x)) D．┐(x)(A(x)∧┐B(x))

19．若集合A＝{ a，{a}}，则下列表述正确的是( )．

A．{a}⊆A B．{{{a}}}⊆A

C．{a，{a}}∈A D．∅∈A

20．下列公式成立的为( )．

A．¬P∧¬Q ⇔ P∨Q B．P→¬Q ⇔ ¬P→Q

C．Q→P ⇒ P D．¬P∧(P∨Q)⇒Q

21．“小于5的非负整数集合”采用描述法表示为\_\_\_\_．

A．{x⏐xN, x<5 } B．{x⏐xR, x<5 }

C．{x⏐xZ, x<5 } D．{x⏐xQ, x<5 }

22．设R1，R2是集合A={a,b,c,d}上的两个关系，其中R1={(a,a),(b,b),(b,c), (d,d)}，R2={(a,a),(b,b),(b,c),(c,b),(d,d)}，则R2是R1的\_\_\_\_闭包．

A．自反 B．对称

C．传递 D．以上答案都不对

23．设函数f：R→R，f(a)=2a+1；g：R→R，g(a)=a2，则\_\_\_\_有反函数．

A．fg B．gf

C．f D．g

24．无向完全图K4是\_\_\_\_\_．

A．汉密尔顿图 B．欧拉图

C．非平面图 D．树

25．与命题公式P→（Q→R）等值的公式是\_\_\_\_．

A．(P∧Q)→R B．(P∨Q)→R

C．(P→Q)→R D．P→(Q∨R)

26．谓词公式中量词∀x的辖域是\_\_\_\_\_．

A． B．

C．P(x) D．

27．设A={1,2,3,4}，B={1,3}，C={-1,0,1,2}，则\_\_\_\_．

A． B．

C． D．

28．设集合A={1,2}，B={a,b}，C={}，则\_\_\_\_．

A．{<1,a,>,<1,b,>,<2,a,>,<2,b,>}

B．{<1,<a,>>,<1,<b,>>,<2,<a,>>,<2,<b,>>}

C．{<<1,a>,>,<<1,b>,>,<<2,a>,>,<<2,b>,>}

D．{{1,2},{a,b},{}}

29．有5个结点的无向完全图K5的边数为\_\_\_．

A．10 B．20

C．5 D．25

30．设完全图K有n个结点(n≥2)，m条边，当\_\_\_\_\_时，K中存在欧拉回路．

A．n为偶数 B．n为奇数

C．m为偶数 D．m为奇数

31．下列等价公式成立的是\_\_\_\_．

A．¬P∧¬Q⇔P∨Q B． P→(¬Q→P) ⇔¬P→(P→Q)

C．¬P∨(P∧Q) ⇔Q D．Q→(P∨Q) ⇔¬Q∧(P∨Q)

**二、填空题**

1．若集合*A*的元素个数为10，则其幂集的元素个数为　 ．

2．设*A*={*a*，*b*，*c*}，*B*={1，2}，作*f*：*A*→*B*，则不同的函数个数为 ．

3．若*A*={1,2}，*R*={<*x*, *y*>|*x*∈*A*, *y*∈*A*, *x*+*y*=10}，则*R*的自反闭包为 ．

4．设集合*A*={0, 1, 2, 3}，*B*={2, 3, 4, 5}，*R*是*A*到*B*的二元关系，



则*R*的有序对集合为 ．

5．设个体域*D*＝{*a*, *b*, *c*}，则谓词公式(∀*x*)*A*(*x*)消去量词后的等值式为

6．若集合*A=*{1，3，5，7}，*B*={2，4，6，8}，则*A*∩*B*= ．

7．设集合*A*={1，2，3}上的函数分别为：*f*={<1,2>,<2,1>,<3,3>,}，*g*={<1,3>,<2,2>,<3,2>,}，则复合函数*g°f* =

8．设*G*是一个图，结点集合为*V*，边集合为*E*，则*G*的结点度数之和为

9．无向连通图*G*的结点数为*v*，边数为*e*，则*G*当*v*与*e*满足  关系时是树．

10．设个体域*D*＝{1, 2, 3}， *P*(*x*)为“*x*小于2”，则谓词公式(∀*x*)*P*(*x*) 的真值为 ．

11．设集合*A*={2, 3, 4}，*B*={1, 2, 3, 4}，*R*是*A*到*B*的二元关系，



则*R*的有序对集合为

12．设*G*＝<*V*, *E*>是有4个结点，8条边的无向连通图，则从*G*中删去 条边，可以确定图*G*的一棵生成树．

13．设个体域*D*＝{1, 2}，*A*(*x*)为“*x*大于1”，则谓词公式的真值为

14．设集合*A*＝{*a*，*b*}，那么集合*A*的幂集是

15．设集合*A*={1,2,3}，*B*={*a*,*b*}，从*A*到*B*的两个二元关系*R*={<1,*a*>,<2,*b*>,

<3,*a*>}，S={<1,*a*>,<2,*a*>,<3,*a*>}，则*R*-*S*=\_．

16．设*P*，*Q*的真值为1，*R*，*S*的真值为0，则命题公式的真值为\_\_\_\_\_\_．

17．设个体域为整数集，公式真值为\_\_\_\_．

18．设集合*A*有*n*个元素，那么*A*的幂集合*P*(*A*)的元素个数为 ．

19．设集合*A*={*a*,*b*,*c*,*d*}，*B*={*x*,*y*,*z*}，*R*={<*a*,*x*>,<*a*,*z*>,<*b*,*y*>,<*c*,*z*>,<*d*,*y*>}

则关系矩阵*MR*＝

20．设集合*A*={*a*,*b*,*c*,*d*,*e*}，*A*上的二元关系*R*={<*a*,*b*>,<*c*,*d*>,<*b*,*b*>}，*S*={<*d*,*b*>,

<*b*,*e*>,<*c*,*a*>}，则*R***·***S*=

21．命题公式的真值是　 　．

22．若图*G=<V*, *E>*中具有一条汉密尔顿回路，则对于结点集*V*的每个非空子集*S*，在*G*中删除*S*中的所有结点得到的连通分支数为*W*，则*S*中结点数|*S|*与*W*满足的关系式为 ．

23．给定一个序列集合{000，001，01，10，0}，若去掉其中的元素 ，则该序列集合构成前缀码．

24．已知一棵无向树*T*中有8个结点，4度，3度，2度的分支点各一个，*T*的树叶数为 ．

25．(∀*x*)(*P*(*x*)→*Q*(*x*)∨*R*(*x*，*y*))中的自由变元为

26．若集合*A*的元素个数为10，则其幂集的元素个数为　 ．

27．设*A*={*a*，*b*，*c*}，*B*={1，2}，作*f*：*A*→*B*，则不同的函数个数为 ．

28．若*A*={1,2}，*R*={<*x*, *y*>|*x*∈*A*, *y*∈*A*, *x*+*y*=10}，则*R*的自反闭包为 ．

29．结点数*v*与边数*e*满足  关系的无向连通图就是树．

30．设集合*A*＝{*a*，*b*}，那么集合*A*的幂集是 ．

31．如果*R*1和*R*2是*A*上的自反关系，则*R*1∪*R*2，*R*1∩*R*2，*R*1-*R*2中自反关系有 个．

32．设连通平面图*G*的结点数为5，边数为6，则面数为 ．

33．设个体域*D*＝{*a*, *b*}，则谓词公式(∀*x*)*A*(*x*)∧（∃*x*）*B*（*x*）消去量词后的等值式为 ．

34．设集合*A*={0, 1, 2, 3}，*B*={2, 3, 4, 5}，*R*是*A*到*B*的二元关系，



则*R*的有序对集合为 ．

35．设*G*＝<*V*, *E*>是有6个结点，8条边的连通图，则从*G*中删去 条边，可以确定图*G*的一棵生成树．

36．无向图*G*存在欧拉回路，当且仅当*G*连通且

37．命题公式的真值是　 　．

38．若图*G=<V*, *E>*中具有一条汉密尔顿回路，则对于结点集*V*的每个非空子集*S*，在*G*中删除*S*中的所有结点得到的连通分支数为*W*，则*S*中结点数|*S|*与*W*满足的关系式为 ．

39．已知一棵无向树*T*中有8个结点，4度，3度，2度的分支点各一个，*T*的树叶数为 ．

40．(∀*x*)(*P*(*x*)→*Q*(*x*)∨*R*(*x*，*y*))中的自由变元为 *.*

三、逻辑公式翻译

1．将语句“如果所有人今天都去参加活动，则明天的会议取消．”翻译成命题公式．

2．将语句“今天没有人来．” 翻译成命题公式．

3．将语句“有人去上课．” 翻译成谓词公式．

4．将语句“如果你去了，那么他就不去．”翻译成命题公式．

5．将语句“小王去旅游，小李也去旅游．”翻译成命题公式．

6．将语句“所有人都去工作．”翻译成谓词公式．

7．将语句“他不去学校．”翻译成命题公式．

8．将语句“所有的人都学习努力．”翻译成命题公式．

9．将语句“尽管他接受了这个任务，但他没有完成好．”翻译成命题公式．

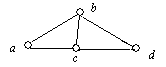
10．将语句“如果明天不下雨，我们就去郊游．”翻译成命题公式．

四、判断说明题

1．┐P∧（P→┐Q）∨P为永真式．

2．设N、R分别为自然数集与实数集，f：N→R，f (x)=x+6，则f是单射．

3．如图所示的图G存在一条欧拉回路．



4．如果R1和R2是A上的自反关系，则R1∪R2是自反的．

5．设G是一个有6个结点14条边的连通图，则G为平面图．

6．如果图G是无向图，且其结点度数均为偶数，则图G是欧拉图．

五．计算题

1．设集合A={1，2，3，4}，R={<x, y>|x, y∈A；|x−y|=1或x−y=0}，试

（1）写出R的有序对表示；

（2）画出R的关系图；

（3）说明R满足自反性，不满足传递性．

2．设谓词公式，试

（1）写出量词的辖域； （2）指出该公式的自由变元和约束变元．

3．设*A*={{1},{2},1,2}，*B*={1,2,{1,2}}，试计算

（1）（*A*−*B*）； （2）（*A*∩*B*）； （3）*A*×*B*．

4．设G=<V，E>，V={ v1，v2，v3，v4，v5}，E={ (v1,v3)，(v2,v3)，(v2,v4)，(v3,v4)，(v3,v5)，(v4,v5) }，试

（1）给出G的图形表示； （2）写出其邻接矩阵；

（3）求出每个结点的度数； （4）画出其补图的图形．

5．设A={{a, b}, 1, 2}，B={ a, b, {1}, 1}，试计算

（1）（A−B） （2）（A∪B） （3）（A∪B）−（A∩B）．

6．图G=<V, E>，其中V={ a, b, c, d, e}，E={ (a, b), (a, c), (a, e), (b, d), (b, e), (c, e), (c, d), (d, e) }，对应边的权值依次为2、1、2、3、6、1、4及5，试

（1）画出G的图形；

（2）写出G的邻接矩阵；

（3）求出G权最小的生成树及其权值．

7．设A={0，1，2，3，4}，R={<x，y>|x∈A，y∈A且x+y<0}，S={<x，y>|x∈A，y∈A且x+y≤3}，试求R，S，R•S．

8．画一棵带权为1, 2, 2, 3, 4的最优二叉树,计算它们的权．

9．设谓词公式，试

（1）写出量词的辖域； （2）指出该公式的自由变元和约束变元．

10．设集合A={{1},1,2}，B={1,{1,2}}，试计算

（1）（A−B）； （2）（A∩B）； （3）A×B．

六、证明题

1．试证明集合等式A∪ (B∩C)=(A∪B) ∩ (A∪C) ．

2．试证明集合等式A∩ (B∪C)=(A∩B) ∪ (A∩C)．

3．设G是一个n阶无向简单图，n是大于等于2的奇数．证明G与中的奇数度顶点个数相等(是G的补图)．

4．设A，B是任意集合，试证明：若A×A=B×B，则A=B．

5．试证明  成立。

6．试证明  成立。

**一、单项选择题**

1．A 2．A 3．C 4．A 5．B 6．B 7．D 8．C 9．B 10．B

11．C 12．D 13．C 14．B 15．D 16．D 17．C 18．A 19．A 20．D

21．A 22．B 23．C 24．A 25．A 26．B 27．A 28．C 29．A

30．B 31．B

**二、填空题**

1． 1024 2． 8 3． {<1,1>,<2,2>} 4．{<2, 2>，<2, 3>，<3, 2>}，<3, 3>

5． *A* (*a*) ∧*A* (*b*)∧*A*（*c*） 6．空集（或∅） 7． {<1, 2>, <2, 3>, <3, 2>,} 8． 2|*E*|（或“边数的两倍”）

9． *e=v*-1 10．假（或F，或0） 11．{<2, 2>，<2, 3>，<2, 4>，<3, 3>}，<3, 4>，<4, 4>}

12． 5 13．真（或T，或1） 14． {∅,{*a*},{*b*},{*a*,*b*}} 15．*R*-*S*={<2,*b*>}

16．0 17． 1 18．3 19．  20． {<*a*,*e*>,<*c*,*b*>,<*b*,*e*>}

21．　 T （或1） 　22． W≤|*S|* 23． 0 24． 5 25． *R*(*x*，*y* )中的*y*

26． 1024 27． 8 28． {<1,1>,<2,2>} 29． *e=v*-1 30． {∅,{*a*,*b*},{*a*},{*b* }}

31． 2 32． 3 33． (*A* (*a*)∧*A* (*b*))∧(*B*（*a*）∨*B*（*b*）)

34．{<2, 2>，<2, 3>，<3, 2>}，<3, 3> 35． 3 36．所有结点的度数全为偶数

37．　 T （或1） 　 38． W≤|*S|* 39． 5 40． *R*(*x*，*y* )中的*y*

三、逻辑公式翻译

1．将语句“如果所有人今天都去参加活动，则明天的会议取消．”翻译成命题公式．

设P：所有人今天都去参加活动，Q：明天的会议取消，

P→ Q．

2．将语句“今天没有人来．” 翻译成命题公式．

设 P：今天有人来，

¬ P．

3．将语句“有人去上课．” 翻译成谓词公式．

设P(x)：x是人，Q(x)：x去上课，

(∃x)(P(x) ∧Q(x))．

4．将语句“如果你去了，那么他就不去．”翻译成命题公式．

设P：你去，Q：他去，

P→¬Q．

5．将语句“小王去旅游，小李也去旅游．”翻译成命题公式．

设P：小王去旅游，Q：小李去旅游，

P∧Q．

6．将语句“所有人都去工作．”翻译成谓词公式．

设P(x)：x是人，Q(x)：x去工作，

(∀x)(P(x)→Q(x))．

7．将语句“他不去学校．”翻译成命题公式．

设P：他去学校，

¬ P．

8．将语句“所有的人都学习努力．”翻译成命题公式．

设P(x)：x是人，Q(x)：x学习努力，

（∀x）(P(x)→Q(x))．

9．将语句“尽管他接受了这个任务，但他没有完成好．”翻译成命题公式．

设P：他接受了这个任务，Q：他完成好了这个任务，

P∧¬ Q．

10．将语句“如果明天不下雨，我们就去郊游．”翻译成命题公式．

设P：明天下雨，Q：我们就去郊游，

则命题公式为：¬ P→ Q．

四、判断说明题

1．┐P∧（P→┐Q）∨P为永真式．

正确．

┐P∧（P→┐Q）∨P是由┐P∧（P→┐Q）与P组成的析取式，

如果P的值为真，则┐P∧（P→┐Q）∨P为真，

如果P的值为假，则┐P与P→┐Q为真，即┐P∧（P→┐Q）为真，

也即┐P∧（P→┐Q）∨P为真，

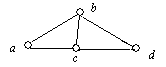
所以┐P∧（P→┐Q）∨P是永真式．

2．设N、R分别为自然数集与实数集，f：N→R，f (x)=x+6，则f是单射．

正确．

设x1，x2为自然数且x1≠x2，则有f(x1)= x1+6≠ x2+6= f(x2)，故f为单射．

3．如图所示的图G存在一条欧拉回路．



错误．

因为图G为中包含度数为奇数的结点．

4．如果R1和R2是A上的自反关系，则R1∪R2是自反的．

正确．

R1和R2是自反的，∀x ∈A，<x, x> ∈ R1，<x, x> ∈R2，

则<x, x> ∈ R1∪R2，

所以R1∪R2是自反的．

5．设G是一个有6个结点14条边的连通图，则G为平面图．

错误．

不满足“设G是一个有v个结点e条边的连通简单平面图，若v≥3，则e≤3v-6．”

6．如果图G是无向图，且其结点度数均为偶数，则图G是欧拉图．

错误．

当图G不连通时图G不为欧拉图．

五．计算题

1．设集合A={1，2，3，4}，R={<x, y>|x, y∈A；|x−y|=1或x−y=0}，试

（1）写出R的有序对表示；

（2）画出R的关系图；

（3）说明R满足自反性，不满足传递性．

解答：（1）R={<1,1>,<2,2>,<3,3>,<4,4>,<1,2>,<2,1>,<2,3>,<3,2>,<3,4>,<4,3>}

（2）关系图为

°

°

°

°

1

2

3

4

（3）因为<1,1>,<2,2>,<3,3>,<4,4>均属于R，即A的每个元素构成的有序对均在R中，故R在A上是自反的。

因有<2,3>与<3,4>属于R，但<2,4>不属于R，所以R在A上不是传递的。

2．设谓词公式，试

（1）写出量词的辖域； （2）指出该公式的自由变元和约束变元．

解答：（1）∃*x*量词的辖域为，

∀*z*量词的辖域为,

∀*y*量词的辖域为．

（2）自由变元为与中的*y*，以及中的*z*

约束变元为*x*与中的*z*，以及中的*y*．

3．设*A*={{1},{2},1,2}，*B*={1,2,{1,2}}，试计算

（1）（*A*−*B*）； （2）（*A*∩*B*）； （3）*A*×*B*．

解答：（1）A−B ={{1},{2}}

（2）A∩B ={1,2}

（3）A×B={<{1},1>，<{1},2>，<{1},{1,2}>，<{2},1>，<{2},2>，

<{2},{1,2}>，<1,1>，<1,2>，<1, {1,2}>，<2,1>，<2,2>,

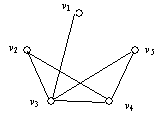
<2, {1,2}>}

4．设G=<V，E>，V={ v1，v2，v3，v4，v5}，E={ (v1,v3)，(v2,v3)，(v2,v4)，(v3,v4)，(v3,v5)，(v4,v5) }，试

（1）给出G的图形表示； （2）写出其邻接矩阵；

（3）求出每个结点的度数； （4）画出其补图的图形．

解答：（1）G的图形表示为：

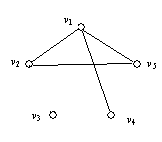


（2）邻接矩阵：



（3）v1，v2，v3，v4，v5结点的度数依次为1，2，4，3，2

（4）补图如下：



5．设A={{a, b}, 1, 2}，B={ a, b, {1}, 1}，试计算

（1）（A−B） （2）（A∪B） （3）（A∪B）−（A∩B）．

解答：（1）（A−B）={{a, b}, 2}

（2）（A∪B）={{a, b}, 1, 2, a, b, {1}}

（3）（A∪B）−（A∩B）={{a, b}, 2, a, b, {1}}

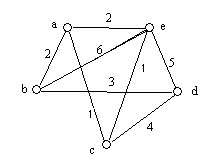
6．图G=<V, E>，其中V={ a, b, c, d, e}，E={ (a, b), (a, c), (a, e), (b, d), (b, e), (c, e), (c, d), (d, e) }，对应边的权值依次为2、1、2、3、6、1、4及5，试

（1）画出G的图形；

（2）写出G的邻接矩阵；

（3）求出G权最小的生成树及其权值．

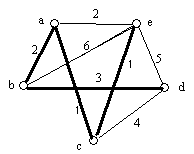
解答：（1）G的图形表示为：



（2）邻接矩阵：



（3）粗线表示最小的生成树，



权为7：

7．设A={0，1，2，3，4}，R={<x，y>|x∈A，y∈A且x+y<0}，S={<x，y>|x∈A，y∈A且x+y≤3}，试求R，S，R•S．

解答：R=∅,

S={<0,0>,<0,1>,<0,2>,<0,3>,<1,0>,<1,1>,<1,2>,<2,0>,<2,1>,<3,0>}

R•S=∅，

8．画一棵带权为1, 2, 2, 3, 4的最优二叉树,计算它们的权．

解答：最优二叉树如图所示

ο

ο

ο

ο

ο

ο

ο

ο

ο

1

2

2

3

3

4

7

5

12

权为1×3+2×3+2×2+3×2+4×2=27

9．设谓词公式，试

（1）写出量词的辖域； （2）指出该公式的自由变元和约束变元．

解答：（1）∃x量词的辖域为，

∀z量词的辖域为,

（2）自由变元为中的y，

约束变元为x与z．

10．设集合A={{1},1,2}，B={1,{1,2}}，试计算

（1）（A−B）； （2）（A∩B）； （3）A×B．

解答：（1）A−B ={{1},2}

（2）A∩B ={1}

（3）A×B={<{1},1>，<{1},{1,2}>，<1,1>，<1, {1,2}>，<2,1>，<2, {1,2}>}

六、证明题

1．试证明集合等式A∪ (B∩C)=(A∪B) ∩ (A∪C) ．

证明：设S= A∪ (B∩C)，T=(A∪B) ∩ (A∪C)，若x∈S，则x∈A或x∈B∩C，即 x∈A或x∈B 且 x∈A或x∈C．

也即x∈A∪B 且 x∈A∪C ，即 x∈T，所以S⊆T．

反之，若x∈T，则x∈A∪B 且 x∈A∪C，

即x∈A或x∈B 且 x∈A或x∈C，

也即x∈A或x∈B∩C，即x∈S，所以T⊆S．

因此T=S．

2．试证明集合等式A∩ (B∪C)=(A∩B) ∪ (A∩C)．

证明：设S= A∪ (B∩C)，T=(A∪B) ∩ (A∪C)，若x∈S，则x∈A或x∈B∩C，即 x∈A或x∈B 且 x∈A或x∈C．

也即x∈A∪B 且 x∈A∪C ，即 x∈T，所以S⊆T．

反之，若x∈T，则x∈A∪B 且 x∈A∪C，

即x∈A或x∈B 且 x∈A或x∈C，

也即x∈A或x∈B∩C，即x∈S，所以T⊆S．

3．设G是一个n阶无向简单图，n是大于等于2的奇数．证明G与中的奇数度顶点个数相等(是G的补图)．

证明：因为n是奇数，所以n阶完全图每个顶点度数为偶数，

因此，若G中顶点v的度数为奇数，则在中v的度数一定也是奇数，

所以G与中的奇数度顶点个数相等．

4．设A，B是任意集合，试证明：若A×A=B×B，则A=B．

证明：设x∈A，则<x，x>∈A×A，

因为A×A=B×B，故<x，x>∈B×B，则有x∈B，

所以A⊆B．

设x∈B，则<x，x>∈B×B，

因为A×A=B×B，故<x，x>∈A×A，则有x∈A，所以B⊆A．

故得A=B．

5．试证明  成立。

证明：设公式中的个体变元为*a*1，*a*2，…，*a*n，即个体域*E*={*a*1，*a*2，…，*a*n}，则有：







6．试证明  成立。

证明：





